

Экзамен для поступающих в 9 класс

1. Сравните числа $2022^{2022} + 2020^{2020}$ и $2020^{2022} + 2022^{2020}$.
2. Докажите, что если числа x , y и z — целые, то число

$$2\left((x - y)^4 + (y - z)^4 + (z - x)^4\right)$$

является квадратом целого числа.

3. Дано выражение:

$$\frac{2022 * 215 * 20 * 22 * 7}{2021 * 101 * 20 * 21 * 12}$$

Можно ли вместо звёздочек поставить знаки «+» и «-» так, чтобы после вычислений получилось $11/9$?

4. Каких чисел от 1 до 10000 больше, с суммой цифр 14 или с суммой цифр 22?
5. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выполнены следующие условия: $\angle ABD = 90^\circ$ и $AD = BC + CD$. Найдите отношение $AD : BC$.
6. В прямоугольном треугольнике ABC отмечена середина K гипотенузы AB . Точки M и N на сторонах AC и BC выбраны так, что $\angle MKN = 90^\circ$. Докажите, что из отрезков AM , BN и MN можно составить прямоугольный треугольник.
7. В куче 2025 камней. За один ход разрешается забрать из кучи 1, 4 или 6 камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
8. На клетчатой доске 100×100 стоит 1000 шашек. Докажите, доску можно разрезать по границам клеток на две связные части с равным количеством шашек.