

В 10 класс • Профильная математика • 03.06.2022

Фамилия:
Имя:
Школа: Пишу -й раз

Геометрия

Задача 1. Дайте определение площади фигуры. Выпишите и докажите как можно больше различных формул площади треугольника.

Задача 2. Выразите длину медианы в треугольнике через его стороны a, b, c .

Задача 3. В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N . $AB = 6; BC = 5; AC = 9$.

- а) докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам
- б) пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP : PN$.

Задача 4. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A, C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

Задача 5. Точки P, Q, W делят стороны выпуклого четырехугольника $ABCD$ в отношении $AP : PB = CQ : QB = CW : WD = 3 : 4$, радиус окружности, описанной около треугольника PQW , равен 10, $PQ = 16, QW = 12$, угол PWQ — острый. Докажите, что треугольник PQW — прямоугольный и найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

Спецмат

Задача 6. В некотором классе каждый ученик либо всегда говорит ложь, либо всегда говорит правду. При этом каждый из них знает про остальных, кто лжец, а кто — нет. На сегодняшнем собрании присутствовали все ученики класса, и каждый сообщил, кем является каждый из остальных. Ответ «лжец» при этом прозвучал 272 раза. Вчера проводилось такое же собрание, но один из учеников отсутствовал. Тогда ответ «лжец» прозвучал 256 раз. Сколько учеников в таком классе?

Задача 7. Однажды я шел по эскалатору 50 секунд и насчитал 150 ступенек. В другой раз я шел 40 секунд и насчитал 160 ступенек. Найдите видимое число ступенек на эскалаторе и его скорость в ступеньках в секунду.

Задача 8. 19 депутатов Городского Собрания выбирают Председателя из 5 кандидатов. Каждый голосует ровно за одного из них. После голосования составляется протокол заседания, в котором указывается лишь количество голосов за каждого кандидата (без указания, кто за кого проголосовал). Сколько различных протоколов может получиться?

Задача 9. Какова наибольшая длина арифметической прогрессии из натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n с разностью 2, обладающей свойством: $a_k^2 + 1$ — простое при всех $k = 1, 2, \dots, n$?

Задача 10. Доказать, что если числа x, y и z — целые, то число

$$2((x - y)^4 + (y - z)^4 + (z - x)^4)$$

является квадратом некоторого целого числа.
