В 10 класс • Профильная математика • 17.06.2022

Всего плюсов

Фамилия:

Имя:

Школа: _____ Пишу ___ -й раз

Геометрия

Задача 1. Сформулируйте и докажите свойство и признак описанного четырехугольника.

Задача 2. Сформулируйте и докажите теорему о сумме квадратов длин диагоналей параллелограмма.

Задача 3. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром O касается сторон AB и AC в точках M и N соответственно. Прямая BO пересекает окружность, описанную около треугольника CON вторично в точке P. Докажите, что точка P лежит на прямой MN и найдите площадь треугольника ABP, если площадь треугольника ABC равна 24.

Задача 4. Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17. Найдите площадь данной трапеции.

Задача 5. Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая OB вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P. Докажите, что $\angle POC = \angle PCO$ и найдите площадь треугольника APC, если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 4, а $\angle ABC = 120°$.

Спецмат

Задача 6. В городе 200 жителей. Часть из них — рыцари, которые всегда говорят правду, остальные — лжецы, которые всегда лгут. Каждый горожанин живет в одном из четырёх кварталов (А, Б, В и Г). Каждому задали четыре вопроса: «Вы живёте в квартале А?», «Вы живёте в квартале Б?», «Вы живёте в квартале В?», «Вы живёте в квартале Г?». На первый вопрос утвердительно ответили 105 жителей, на второй — 45, на третий — 85 и на четвёртый — 65. В каком квартале лжецов живет больше, чем рыцарей, и на сколько?

Задача 7. Первый член последовательности равен 934. Каждый следующий равен сумме цифр предыдущего, умноженной на 13. Найдите 2022-й член последовательности.

Задача 8. Стрелочные часы показывают ровно час. Комар и муха сидят на одинаковом расстоянии от центра на часовой и минутной стрелках соответственно. Когда стрелки совпадают, насекомые меняются местами. Во сколько раз расстояние, которое за полсуток преодолел комар, больше расстояния, которое преодолела за это же время муха?

Задача 9. На каждой из прямых $y = 1$ и $y = 12$ отмечено по 200 точек с абсциссами $1, 2, 3, \ldots, 200$. Сколькими способами можно выбрать три точки из отмеченных 400 так, чтобы они являлись вершинами прямоугольного треугольника?

Задача 10. Известно, что каждый из трёхчленов x^2+ax+b и $x^2+ax+b+1$ имеет хотя бы по одному корню, и все корни этих трёхчленов целые. Докажите, что трёхчлен $x^2+ax+b+2$ корней не имеет.