Математика (творческая)

1 апреля • в 6-7 класс

Решения

1. **Сотня**. В сегодняшней дате 01042022 расставьте знаки арифметических действий между некоторыми цифрами так, чтобы значение полученного выражения было равно 100.

Ответ: $0 + 104 - 2 \cdot 0 - 2 - 2 = 100$ или $0 - 1 + 0 \cdot 4 + 202 : 2 = 100$.

2. **Каток**. Аня, Боря и Вова в воскресенье ходили на каток, который работает с 10 : 00 до 18 : 00. Аня пришла к открытию, Вова катался до самого закрытия. Боря ровно час катался вместе с Аней и ровно час вместе с Вовой. Вова катался в 2 раза меньше Ани и в три раза меньше Бори. Найдите время, когда Боря пришёл на каток и время, когда он оттуда ушёл.

Ответ: Пришел в 12 : 20, ушел в 17 : 20.

Решение: Заметим, что Боря катался столько же, сколько Аня с Вовой в сумме. При этом два часа катание было общим. Тогда время Бори это $(18-10+2) : 2 = 5$ часов. Но тогда время Ани в полтора раза меньше и равно 3 часа 20 минут. Следовательно, Боря стартовал в 12 : 20, а закончил через 5 часов.

Комментарии. Заметим, что решение выше опирается на то, что Аня и Вова вместе не катались. Если же это произошло, то Вова катался меньше двух часов, а тогда и остальные товарищи тоже. А значит они суммарно катались меньше шести часов, начав в 10 : 00 и закончив в 18 : 00, что невозможно. Разумеется, это с ребенком обсуждать необходимо.

3. **Логика**. Про двузначное число сделали несколько утверждений:

Сумма цифр числа равна 14.

Произведение цифр числа равно 14.

Число меньше 41.

Определите это число, если ровно одно из утверждений ошибочно.

Ответ: 27.

Решение: Первое утверждение описывает числа 59, 68, 77, 86, 95. Второе утверждение описывает числа 27 и 72. Одновременно эти утверждения истинными быть не могут, поэтому третье утверждение точно верно. А под него из выше перечисленных чисел подходит только 27.

Комментарии: Если решают подбором, то просить объяснение, почему других вариантов нет.

4. **Ребус**. Серёжа заменил некоторые буквы алфавита цифрами. У него получилось, что число ШКОЛА в каждом разряде больше, чем число ЖИЗНЬ. Может ли число ЖИЗНЬ быть в каждом разряде больше, чем число ЗАКОН?

Ответ: Нет.

Решение: Будем рассуждать от противного, - допустим, что такое возможно, тогда

Ш	>	Ж	>	З
К	>	И	>	А
О	>	З	>	К
Л	>	Н	>	О
А	>	Ь	>	Н

Выводим цепочку неравенств: К > И > А > Ь > Н > О > З > К, что невозможно.

Комментарии: Если ребенок не догадался выписать слова рядом, то пусть пояснит каждое неравенство.

5. **Периметры**. Как разрезать квадрат со стороной 8 на прямоугольники, сумма периметров которых равна 50? Прямоугольники не обязательно одинаковые.

Решение. Отрезаем единичную полоску и делим ее пополам.

6. **Столбы**. Вдоль дороги длиной 44 км стоит больше одного столба. Один путешественник идет со скоростью 4 км/ч, отдыхая у каждого столба одно и то же целое число часов. Другой путешественник едет на самокате со скоростью 11 км/ч, отдыхая у каждого столба вдвое дольше первого человека. Вышли и пришли туристы одновременно. Сколько столбов вдоль дороги? Ответ: 7 столбов.

Решение: Первый турист двигался 11 часов, а второй – 4 часа, следовательно, второй турист отдыхал на 7 часов дольше. Значит, первый турист отдыхал ровно 7 часов. Однако его время отдыха – это число столбов, умноженное на время отдыха у одного столба (целое число), а значит всего столбов или 7, или 1. Тогда ответ 7 столбов.

7. **Ученики**. В школе 120 детей учатся в нескольких кабинетах. Во время перемены дети начали перебегать между ними. Со звонком оказалось, что во всех кабинетах количество детей изменилось ровно в 2 раза. Докажите, что до звонка можно было выбрать несколько кабинетов, в которых суммарно учились ровно 40 детей.

Решение: В одних кабинетах число детей выросло, а в других уменьшилось. Рассмотрим всех детей в кабинетах второго вида. Сначала их было x, а после звонка стало $2x$. В остальных кабинетах было сначала $120-x$, а стало $60-0{,}5x$. По условию $2x+60-0{,}5x = 120$, тогда $x = 40$, а значит эти кабинеты и нужно выбрать.

Комментарии: Можно решить и без уравнения. Дети из кабинетов первого вида перетекли в кабинеты второго вида. Число мигрирующих равно количеству оставшихся в кабинетах первого вида, ведь там все уменьшалось в 2 раза. И оно же равно числу в кабинетах второго вида, раз там все в 2 раза увеличивалось. Следовательно, их количество – это треть от всех. И треть от всех – это люди в кабинетах второго типа.

8. **Друзья**. На турнир по теннису приехал Вася и еще 7 человек. Известно, что из любых четверых можно составить команды для игры два на два так, чтобы каждый играл в команде с другом. Какое наименьшее число друзей могло быть у Васи?

Ответ: 5 человек.

Решение: Оценим число недругов Васи. Если их хотя бы трое, то Вася с недругами образуют четверку, не подходящую под условия. Тогда друзей должно быть хотя бы пятеро. В качестве примера возьмем полный граф на восьми вершинах, из которого удалили цикл по всем вершинам.

Комментарии: Скорее всего, будут плохо структурированные примеры. Нужно следить, чтобы любая четверка подходила под условия.

9. **Весы**. Имеется 16 внешне одинаковых монет весами 9 и 10 г (есть и те, и другие). На чаши весов положили по 8 монет так, что весы в равновесии. За одну операцию можно взять с чаш любые две группы из одинакового числа монет (можно по одной) и поменять их местами. Докажите, что можно не более, чем за 5 операций сделать так, что весы не будут в равновесии.

Решение: Допустим, что при всех операциях равновесие не нарушается. Поменяем по одной монете. Они однотипны. Поменяем одну однотипную и одну новую. Теперь у нас две однотипные монеты на одной чаше и одна на другой. Обменяем 2 однотипные на 2 новые. Теперь 3 однотипные на одной чаше и 2 на другой. Обменяем 3 однотипные на 3 новые. Получим 5 однотипных на одной чаше и 3 на другой. Последним действием обменяем 5 однотипных на 5 новых. После этого на одной чаше 8 однотипных монет, а значит и все монеты однотипны, что противоречит условию.

10. **Клетки**. Клетки таблицы 101×101 раскрашены в белый и черный цвета так, что из четырёх угловых клеток таблицы три – белые и одна – черная. Верно ли, что в таблице гарантированно найдется квадрат 2×2, в котором нечетное число белых клеток?

Ответ: Да, верно.

Решение: Пусть это не так, тогда сложим число белых клеток во всех квадратах 2×2, и мы получим четное число белых клеток. С другой стороны, каждую клетку не на границе мы учли 4 раза, каждую клетку при границе – 2 раза, а каждую угловую ровно 1 раз. Поэтому мы получим нечетное число, что невозможно.

КРИТЕРИЙ ЗАЧЕТА в 7 класс

Для зачета достаточно было решить 6 задач или 5 задач, среди которых хотя бы одна трудная (критерий зависит от варианта задач). Трудными считались задачи с весом от 1,4.

Статистические веса (трудности) задач указаны в таблице.

За единицу принята трудность условно средней задачи – которую не решили ровно 50% участников.

(если задачу не решили 25% участников, то ее трудность 0,5 от трудности средней задачи).

	Сотня	Каток	Логика	Ребус	Периметр	Столбы	Ученики	Друзья	Весы	Клетки
Не решили %	19	72	0	41	38	31	97	59	100	100
Трудность	0,4	1,4	0,0	0,8	0,8	0,6	1,9	1,2	2,0	2,0

По сумме баллов достаточно было решить 3,2 средних задач.